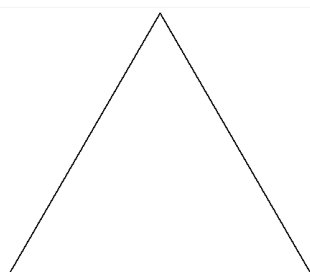


Obliczanie obwodu i pola płątka Kocha w arkuszu kalkulacyjnym

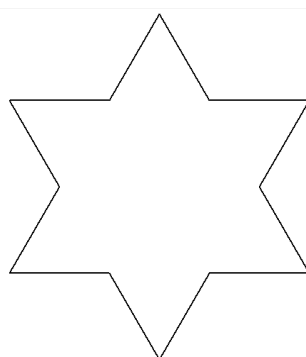
Ćwiczenie wymaga podstawowej znajomości płątka Kocha. Najpierw przypominamy budowę i sposób konstruowania krzywej Kocha oraz płątka Kocha. Następnie próbujemy obliczyć długość krzywej Kocha dla krzywych 1, 2 i 3 stopnia. W arkuszu kalkulacyjnym obliczamy te długości krok po kroku, dodając obliczanie obwodu płątka Kocha.

Kolejnym krokiem jest obliczenie pola płątka stopnia 0 (trójkąt równoboczny) i 1.

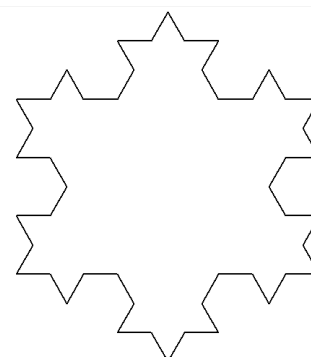
Te same obliczenia zapisujemy krok po kroku w arkuszu kalkulacyjnym. W arkuszu wykonujemy obliczenia dla kolejnych n aż do 20. Oglądamy wyniki i wyciągamy wnioski. Specyficzną własnością płątka Kocha jest to, że jego obwód rośnie ze wzrostem stopnia nieograniczenie natomiast zamknięta tym obwodem powierzchnia ma ograniczenie i dla dużych n praktycznie przestaje rosnąć.



$n=0$



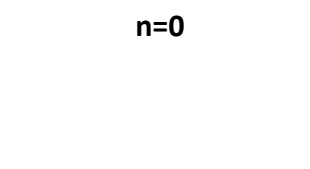
$n=1$



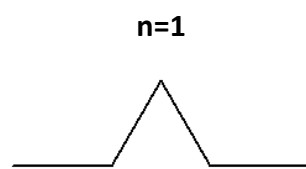
$n=2$

Etapy prowadzenia ćwiczenia

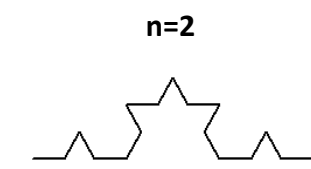
1. Przypominamy za pomocą rysunków budowę i sposób konstruowania krzywej Kocha.



$n=0$



$n=1$



$n=2$

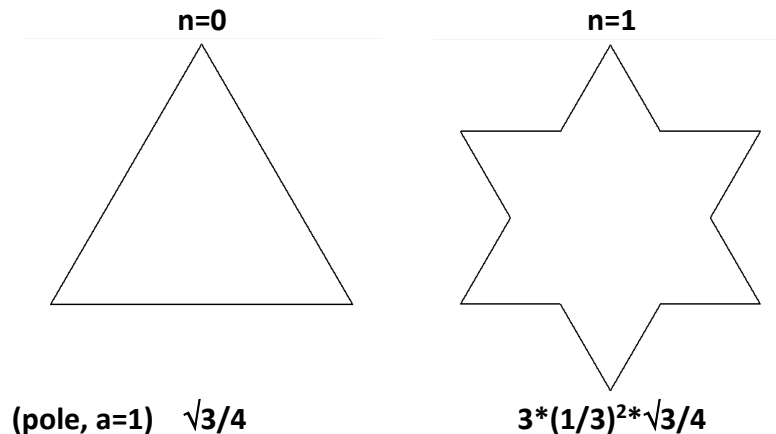
(długość) 1

$4/3$

$16/9$

- Uczniowie obliczają (na kartce) długość krzywej Kocha, dla krzywych 1, 2 i 3 stopnia.
- Obliczenia w arkuszu kalkulacyjnym obejmują:
 - wypisanie w wierszu kolejnych n od 0 do 20;
 - obliczenie w kolejnym wierszu liczby odcinków w krzywej – każdy podział prowadzi do zastąpienia jednego odcinka czterema;
 - obliczenia długości odcinka krzywej – odcinki kolejnego stopnia są 3 razy mniejsze niż poprzedniego;
 - obliczenia długości krzywej Kocha – pomnożenie liczby odcinków przez długość odcinka;
- W kolejnym wierszu można teraz łatwo policzyć obwód płątka stopnia n , gdyż składa się on z 3 krzywych Kocha.
- Do obliczania pola płątka konieczny będzie wzór na pole trójkąta równobocznego, który uczniowie powinni pamiętać z lekcji matematyki $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Korzystając z tego wzoru

uczniowie obliczają na kartce dla $a=1$ pola płatków stopnia 0 ($\sqrt{3}/4$) i stopnia 1 ($\sqrt{3}/4+(3/9)*\sqrt{3}/4$).



6. Uczniowie kontynuują obliczenia w arkuszu kalkulacyjnym, które teraz obejmują:
 - a. obliczenie liczby nowych „dziubków” – nowych dodatkowych niedomkniętych trójkątów na krzywej – dla $n=1$ powstaje jeden, ale dla $n=2$ już 4; warto zauważyć, że tych dziubków będzie tyle, ile było odcinków w krzywej poprzedniego stopnia;
 - b. obliczenie liczby nowych „dziubków” w płątku – jest ich po prostu 3 razy więcej niż na krzywej;
 - c. obliczenie pola jednego dziubka – do wzoru na pole trójkąta równobocznego trzeba wstawić obliczoną poprzednio długość odcinka krzywej;
 - d. obliczenie pola wszystkich nowych „dziubków” – pomnożenie liczby „dziubków” przez pole jednego;
 - e. obliczenie pola płątku – przez dodawanie pól przybywających nowych „dziubków”.
 Uczniowie kopiuje wzory dla kolejnych n (do 20). Następnie porównują uzyskane pole i obwód z polem i obwodem pierwotnego trójkąta równobocznego. Oglądają wyniki i wyciągają wnioski (obwód rośnie szybko, a pole coraz wolniej).
7. Teraz można przedstawić klasyczny problem obliczania długości linii brzegowej wyspy – gdy zwiększamy dokładność, długość ta szybko rośnie, a lądu nie przybywa.

Rozwiązanie ćwiczenia

Rozwiązaniem ćwiczenia jest arkusz z obliczeniami obwodu i pola płatków Kocha stopnie od 0 do 20 (ObwiPolePłatka.xlsx).

Istotnym wynikiem powinno być przekonanie uczniów, że obwód płątku Kocha rośnie ze wzrostem stopnia nieograniczenie, natomiast zamknięta tym obwodem powierzchnia ma ograniczenie i dla dużych n praktycznie przestaje rosnać.